

基于蚁群算法的严格最大剩余推力临界滑动面搜索

孙 聪, 郑 宏, 李春光, 孙冠华

(中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071)

摘 要: 临界滑动面搜索一直是边坡稳定性分析中十分重要的课题, 由于极限平衡法具有理论简单, 易于被工程师掌握的优点, 因此, 仍在工程应用中占主导地位。剩余推力法是国内学者提出的一种简单实用且有较高精度极限平衡法, 已被纳入国家规范。针对目前剩余推力法条间力假设简单, 只考虑了力的平衡而忽略力矩平衡的缺点, 通过 Spencer 法迭代构造了严格剩余推力法边坡临界滑动面搜索优化的模型, 并结合蚁群算法搜索出了最大的剩余推力相应的临界滑动面。该模型具有精度高, 收敛快的特点。最后给出的两个算例与传统的蚁群算法直接搜索安全系数最小得到的结果做了比较, 表明了本文方法的正确性。

关 键 词: 蚁群算法; 严格剩余推力; 临界滑动面搜索

中图分类号: U 213.1+3

文献标识码: A

Critical slip surface search by using rigorous maximum residual thrust method based on ant colony algorithm

SUN Cong, ZHENG Hong, LI Chun-guang, SUN Guan-hua

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Critical sliding surface search has been an important research topic in the field of slope stability analysis. The limit equilibrium method is still playing a major role in the design of slope because its concept is simple relatively and it is easy to grasp by engineers. Residual thrust method is one of the limit equilibrium methods proposed by Chinese researchers which is practical and has high accuracy in engineering application, and it has been brought into national regulation. But considering the drawbacks that inter-slice force is too crude and only equilibriums of forces are used without regarding to moment equilibriums, we construct a model which satisfies all equilibrium conditions through iteration of Spencer method. And then combining it with ant colony algorithm, we find out the critical slip surface which has the maximal residual thrust. The model has characteristics of high accuracy and fast convergence. Finally, two cases are calculated and compared with the model that has the minimum safety factor based on the ant colony algorithm too. The results indicate the correctness of this method.

Key words: ant colony algorithm; rigorous residual thrust; critical slip surface search

1 引 言

边坡的稳定安全一直是岩土工程领域的重要研究课题, 虽然有限元、边界元、离散元等数值方法已经得到了很大的发展, 但在工程计算中, 由于极限平衡法具有原理简单、易于编程, 容易被工程师掌握的特点, 仍处于主导地位。剩余推力法是极限平衡方法中的一种, 它假定条块间推力方向与上条块滑面平行, 只计算力的平衡, 简单实用, 可考虑复杂形状的滑动面, 在我国工程界被广泛运用, 并纳入国家规范^[1]。

在边坡稳定分析中, 临界滑动面的搜索一直是个关键问题, 因为只有找到了滑动面, 才能在其上分析计算安全系数。近几年, 国内外学者在此问题上进行了大量的研究工作, 和声法^[2]、遗传算法^[3-4]、蚁群算法^[5-7]、粒子群法^[8]、动态规划方法^[9-10]以及单纯形法^[11]等在二维边坡滑动面搜索问题上取得了较多的成果。朱大勇基于最大剩余推力原理提出的临界滑动场^[12]是一个较为新颖的方法, 他认为边坡内任一点都有惟一的最大剩余推力和产生最大剩余推力的方向, 通过极限平衡理论可以计算出该剩余推力及其方向并将结果作为该点的存储信息, 这

样通过所有离散点的存储信息和若干个预先设定好的出口, 就可以找到与每个出口相对应的剩余推力最大的滑动面, 它们组成的场即是临界滑动场。此方法虽然容易理解, 结果的表现形式也一目了然, 但需对所有离散点都要进行剩余推力最大化的搜索, 计算量颇大。

为此, 笔者直接运用全局优化算法找寻最终剩余推力最大的滑动面, 考虑到余推力法滑动面假设过于简单, 只能考虑力的平衡的缺点, 对条间力的方向引入 Spencer 法条间力关系假设。任意给定一初始安全系数 F_0 和条间力关系参数 λ_0 , 通过优化算法 (蚁群算法) 找到剩余推力最大的滑动面, 并固定此滑动面, 对其进行 Spencer 法计算, 计算出的新的 F_1 和 λ_1 作为下次滑动面搜索的输入项, 以此循环, 直到安全系数 F 达到收敛条件。此方法通过逐步迭代消除了任意 F_0 、 λ_0 对不同滑动面的影响, 并且整体力矩平衡也隐含在了每次的迭代中。最后给出了两个算例来验证本文方法的正确性。

2 严格剩余推力模型

剩余推力法^[13]是我国水利、交通和铁道部门在核算滑坡稳定时普遍使用的方法, 它虽然应用广泛, 计算简洁, 但仍有不合理的地方。首先, 条间力方向假设过于简单; 其次, 只考虑了力的平衡, 而忽略了力矩平衡。本文在计算剩余推力时, 对传统的剩余推力法进行了改造, 引入了 Spencer 法中条间力关系的假设, 即:

$$s_d = \lambda t_d \quad (1)$$

式中: s_d 是条间垂向力; t_d 是条间水平力, 如图 1 所示。

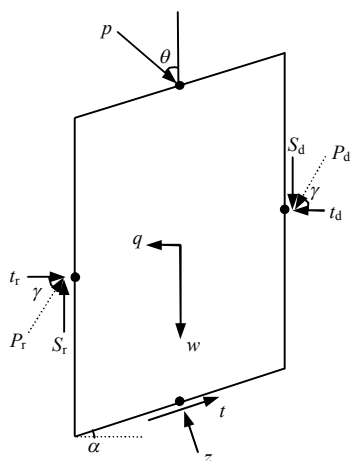


图1 条块受力示意图

Fig.1 The force diagram of slice

图中, z 和 t 分别是条块底部法向和切向力, w 为重力, q 是水平地震荷载, P_r 和 P_d 分别是条块间的推力, 这两个力的方向是一样的, $\lambda = \tan \gamma$, 他们在竖向和水平方向的投影分别是 s_r 、 t_r 和 s_d 、 t_d , α 为条块底面与水平面的夹角, p 为边坡坡面上的外荷载。

将条块所有受力在 P_r 及其垂向上投影得到下式:

$$P_r + z \sin(\gamma - \alpha) + t \cos(\gamma - \alpha) - w \sin \gamma - q \cos \gamma - p \sin(\gamma - \theta) - P_d = 0 \quad (2)$$

$$z \cos(\gamma - \alpha) - t \sin(\gamma - \alpha) - w \cos \gamma + q \sin \gamma - p \cos(\gamma - \theta) = 0 \quad (3)$$

假设滑动面上满足 Mohr-Coulomb 准则, 则有:

$$Ft = c_l + f'(z - u_l) \quad (4)$$

式中: F 为安全系数, 并且

$$c_l = c'l, u_l = \bar{u}l \quad (5)$$

式中: c' 和 f' 为剪切强度参数; $\bar{u}$ 为条块中点处的水压力; $l = b / \cos \alpha$, 是条块底面长度, b 为条块宽度。

把式 (3) 和 (4) 带入式 (2), 可得条块推力递推公式:

$$P_r = P_d - (T + s_F - s_r) / F \quad (6)$$

其中, $T = F \frac{d}{e} \sin(\gamma - \alpha) + f' \frac{d}{e} \cos(\gamma - \alpha)$; $d = Ft_r + t_F$; $e = F \cos(\gamma - \alpha) - f' \sin(\gamma - \alpha)$; $t_F = (c_l - f'u_l) \cdot \sin(\gamma - \alpha)$; $s_F = (c_l - f'u_l) \cos(\gamma - \alpha)$; $t_r = F(w \cos \gamma + p \cos(\gamma - \theta) - q \sin \gamma)$; $s_r = F(w \sin \gamma + p \sin(\gamma - \theta) + q \cos \gamma)$ 。

由式 (6) 可知, 若已知上一条块的推力 $P_{r(n-1)}$ 及条块底面 $\alpha_{(n)}$ 角, 可推求下一条块推力 $P_{r(n)}$ 大小。

除了需要满足上述的力的平衡, 还要满足整体力矩平衡:

$$m_s = m_{ext} \quad (7)$$

式中: m_{ext} 为坡体外力 (包括体力) 的力矩; m_s 为滑面上的受力产生的力矩。

$$m_s = \sum [\Delta x_i (t \sin \alpha + z \cos \alpha) - \Delta y_i (t \cos \alpha - z \sin \alpha)] \quad (8)$$

式中: $\Delta x_i = x_i - x_0$; $\Delta y_i = y_i - y_0$; (x_i, y_i) 是条块 i 中心点坐标, (x_0, y_0) 是任取的一取矩点。

为了使 P_r 满足力矩平衡, 设计了以下迭代计算流程, 如图 2 所示。

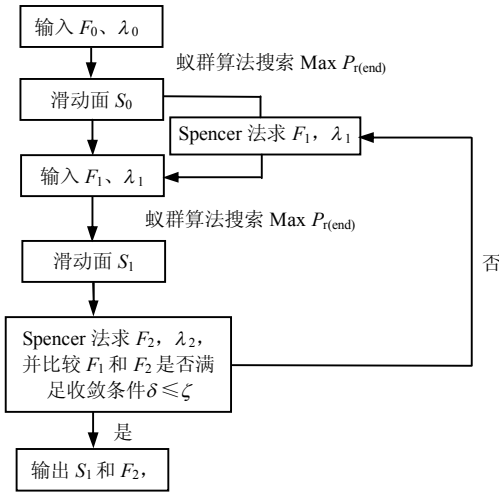


图 2 严格最大剩余推力法优化模型流程图

Fig.2 Flow chart of rigorous maximum residual thrust method

流程图中的优化算法, 本文采用的是蚁群算法, 目标函数即是 $\text{Max } P_{r(\text{end})}$, 其中 $P_{r(\text{end})}$ 为最后一条块的推力。具体计算过程为首先预估一安全系数 F_0 和条间力参数 λ_0 , 将二者作为初始输入参数带入蚁群算法优化模型, 找到剩余推力 $P_{r(\text{end})}$ 最大的滑动面 S_0 ; 为了使其满足力矩平衡, 固定此滑动面, 对其进行严格极限平衡法 Spencer 法分析, 求出安全系数和条间力参数, 记为 F_1 和 λ_1 ; 因为 F_0 和 λ_0 是任意取的, 此时求得的 F_1 和 λ_1 必然不是最终的结果, 且此时的滑动面也不是最终的滑动面, 还需要对其进行第 2 次滑动面优化, 因此, 以 F_1 和 λ_1 作为输入参数带入蚁群优化模型, 找到剩余推力 $P_{r(\text{end})}$ 最大的滑动面 S_1 ; 对 S_1 进行 Spencer 法分析, 计算出 F_2 和 λ_2 , 重复以上步骤, 直至计算出 F_n 和 λ_n 。如果安全系数 F_n 和滑动面 S_n 足够接近真实值, 那么再进行迭代计算, 其二者产生的变化将非常小, 因此, 设置了以下收敛条件, $\delta \leq \zeta$, ζ 为根据工程精度要求自己设定的固定值, 一般取 0.1%~0.5%。

$$\delta = \frac{|F_n - F_{n-1}|}{F_{n-1}} \quad (9)$$

3 蚁群优化算法

蚁群算法是意大利学者 Dorigo 等在 1991 年提出的一种模拟自然界蚂蚁群体集体智能行为的仿生优化算法, 有着开放性、鲁棒性、并行性的特点, 对处理复杂的离散优化问题有着良好的效果。此方法大多是用来求解组合优化问题, 尤其是以求解城

市商旅问题 (TSP) 为多。近几年, 此方法的优点已经引起越来越多的国内外岩土工程领域学者的注意, 并成功地将其引入到了边坡、洞室等岩土问题上, 且提出了多种改进算法: 复合型蚁群算法^[14]、奖惩策略蚁群算法^[15]、与遗传算法融合的蚁群算法^[16]和混沌扰动启发蚁群算法^[17]等, 虽然这些改进算法在计算效率上都有不同程度的提高, 但本质是相同的, 均是通过蚁群在事先布置好的离散点上爬行来寻找最优路径。

本文的全局优化算法采用基本的最大、最小蚂蚁系统算法^[18], 来寻找具有最大剩余推力的滑动面, 现阐述其基本思想。图 3 为离散后的边坡体, 每条条分线上有 n 个离散点, 蚂蚁从 START 区域按概率选择条分线上的点向 END 区域爬行, 当其与坡面贯通时, 则认为找到了一条滑面。

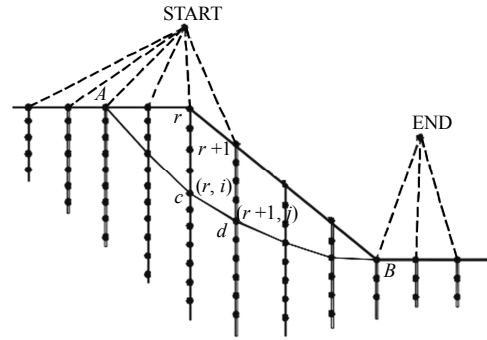


图 3 蚁群算法边坡的离散

Fig.3 Discrete points distributions

如图 3 所示, 设 (r, i) 为第 r 条条分线上第 i 个离散点, $(r+1, j)$ 为第 $r+1$ 条条分线上第 j 个离散点, $[(r, i), (r+1, j)]$ 代表这两点的连线, 蚁群中蚂蚁的数量为 m 。在运动过程中, 蚂蚁 k ($k=1, 2, \dots, m$) 是根据各条路径上的信息素和信息素能见度来转移方向, 则时刻 t , 蚂蚁 k 从点 (r, i) 转移到点 $(r+1, j)$ 的概率为

$$p_{[(r,i),(r+1,j)]}^k(t) = \frac{[\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t)]^v [\eta_{[(r,i),(r+1,j)]}(t)]^\beta}{\sum_{j=1}^{M_{r+1}} [\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t)]^v [\eta_{[(r,i),(r+1,j)]}(t)]^\beta} \quad (10)$$

式中: M_{r+1} 为第 $r+1$ 条条分线上的离散点数; $\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t)$ 为时刻 t , $[(r, i), (r+1, j)]$ 路径上蚂蚁残留的信息素浓度; $\eta_{[(r,i),(r+1,j)]}(t)$ 为时刻 t , $[(r, i), (r+1, j)]$ 路径上蚂蚁的信息素能见度; v 和 β 分别表示信息素痕迹浓度和信息素能见度在蚂蚁选择路径时的相对重要程度指数 ($v \geq 0, \beta \geq 0$)。初始时刻各路径的信息素浓度 τ 相等。

随着迭代次数的增多,在蚂蚁经过的路径上的信息素浓度将会逐渐减弱,参数 $\rho(0 \leq \rho \leq 1)$ 表示路径上信息素浓度的持久性,则 $1-\rho$ 为信息素浓度的衰减度。若 m 个蚂蚁按式 (10) 在一次循环中找到了各自的完整路径,并计算出了可行解即剩余推力,则每条路径上的信息素浓度调整值为

$$\Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}^k = \begin{cases} P_{r(\text{end})}/Q & \text{若路径} [(r,i),(r+1,j)] \text{在蚂蚁} k \text{本次搜索的滑动面上} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

式中: Q 为常数; $P_{r(\text{end})}$ 为第 k 只蚂蚁本次搜索的路径计算出的剩余推力,可见在剩余推力最大的滑动面附近的信息素浓度会随着迭代次数的增多变得越来越强,而其他路径则会一直衰减。

为了避免由于信息素更新使某些路径过分被强调而陷入早熟,将各路径上的信息素浓度限制在一定范围 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$, 超出此范围的信息素浓度被强行设置为 $\tau_{\min}$ 或者 $\tau_{\max}$ 。此外,为了加快搜索效率,需要考虑边坡问题的特殊性,加入滑动面特征: (1) 滑动面凸性,一般情况下,滑动面是下凸的,本文的算例按下凸来考虑,即 $\alpha_{i+1} \leq \alpha_i$, α_i 为滑动面第 i 段与水平面的夹角; (2) 光滑性, $\alpha_i - \alpha_{i+1} \leq \Delta\delta$ 滑动面相邻段的倾角在一定范围内变化,防止突变; (3) 滑动面的滑入和滑出点位于坡面上。

4 算例应用

4.1 算例 1^[19], 均质边坡

一简单均质边坡,坡高为 10 m, 坡比 1:2, 如图 4 所示,材料参数为: $\gamma=20 \text{ kN/m}^3$, $c=3 \text{ kPa}$, $\varphi=19.6^\circ$ 。

将该边坡用 26 条条分线进行离散,条间距为 1 m,条分线上的点间距为 0.05 m,收敛精度 $\zeta=0.5\%$ 。用蚁群算法对该边坡临界滑动面进行搜索,计算结果见表 1,滑动面迭代过程如图 4 所示。

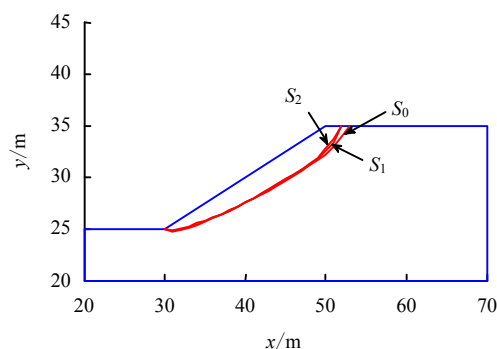


图 4 算例 1 不同迭代步剩余推力法搜得的滑动面

Fig.4 Slide surfaces of different iterative steps for example 1

$$\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t+1) = \rho\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}^k \quad (11)$$

式中: $\Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}^k$ 为第 k 只蚂蚁在本次循环中留在路径 $[(r,i), (r+1,j)]$ 上的信息素浓度,由下式确定:

表 1 滑动面迭代过程及相应安全系数
Table 1 Safety factors of different iterative steps

安全系数 F 、 条间力参数 λ	滑动面 编号	剩余推力 P/kN	Spencer 法计算 F 和 λ	误差 $\delta/\%$
$F_0=1.5, \lambda_0=0.5$	S_0	125.454 6	$F_1=1.023, \lambda_1=0.410$	
$F_1=1.023, \lambda_1=0.410$	S_1	-1.904 1	$F_2=1.014, \lambda_2=0.426$	0.88
$F_2=1.014, \lambda_2=0.426$	S_2	0.349 3	$F_3=1.010, \lambda_3=0.421 3$	0.39

从表看出,本例题迭代 3 次既能达到收敛条件,最终滑动面为 S_2 ,安全系数 $F=1.01$,条间力参数为 $\lambda=0.421 3$ 。表中滑动面 S_2 的剩余推力 P 不为 0,是因为此值仅仅是通过力的平衡搜索得到的结果,而力矩平衡的满足则表现在了 Spencer 法安全系数计算的过程当中。

图 5 为用蚁群算法结合 Spencer 法直接搜索安全系数最小 (MinF) 得到的滑动面 ($F=1.004$, $\lambda=0.432 5$)、Slide 软件基于 Spencer 法搜得的滑动面 ($F=0.987$) 与本文方法搜得的滑动面 S_2 的比较,图中看出,三者比较接近,且安全系数也都在合理范围内,说明本文从剩余推力最大角度出发的思路是正确的。

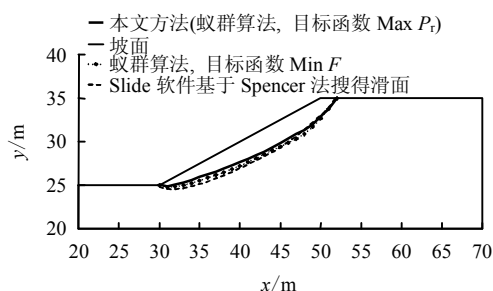


图 5 不同方法得到的滑动面对比

Fig.5 Comparison between some slide surfaces got by different methods

4.2 算例 2^[18], 非均值边坡

一分层边坡,材料参数见表 2。

本算例采用 26 条条分线离散,条间距为 1 m,每条条分线上的点间距为 0.12 m,收敛精度 $\zeta=0.5\%$ 。用蚁群算法搜索剩余推力最大滑动面结果如表 3 和图 6 所示。

表 2 非均质土坡材料参数
Table 2 Material parameters of soils in heterogeneous slope

土层	重度 $\gamma / (\text{kN}/\text{m}^3)$	黏聚力 $c / (\text{kN}/\text{m}^2)$	摩擦角 $\varphi / (^\circ)$
上层	19.5	0	38
中层	19.5	5.3	23
下层	19.5	7.2	20

表 3 滑动面迭代过程及相应安全系数
Table 3 Safety factors of different iterative steps

滑动面 编号	安全系数 F	条间力 参数 λ	剩余推力 P/kN	Spencer 法计算结果 F	λ	误差 /%
S_0	$F_0=2$	$\lambda_0=0.500\ 0$	168.344 0	$F_1=1.432$	$\lambda_1=0.368\ 0$	
S_1	$F_1=1.432$	$\lambda_1=0.368\ 0$	21.719 6	$F_2=1.377$	$\lambda_2=0.399\ 8$	3.840
S_2	$F_2=1.377$	$\lambda_2=0.399\ 8$	-5.735 7	$F_3=1.376$	$\lambda_3=0.399\ 7$	0.072

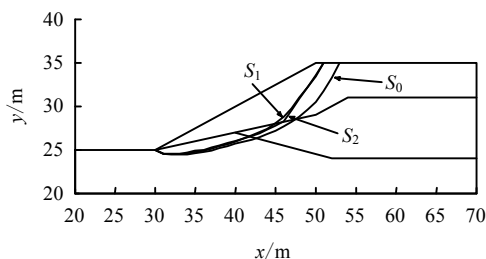


图 6 算例 2 不同迭代步剩余推力法搜得的滑动面
Fig.6 Safety factors of different iterative steps of example 2

从计算结果看出, 本例题也是三次迭代即可达到收敛, 最终滑动面是 S_2 , 安全系数 $F=1.376$, 条间力参数 $\lambda=0.399\ 7$ 。

图 6 为用蚁群算法直接结合 Spencer 法搜安全系数最小 (Min F) 得到的滑动面 ($F=1.387$, $\lambda=0.361\ 8$)、Slide 软件基于 Spencer 法搜得的滑动面 ($F=1.360$) 与本文方法搜得的滑动面 S_2 的比较, 三者非常接近, 再次证明了本文方法的正确性。

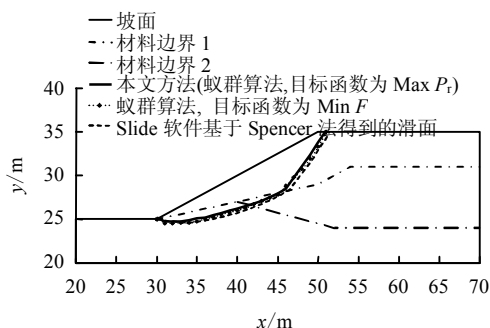


图 7 不同方法得到的滑动面对比
Fig.7 Comparisons between some slide surfaces got by different methods

5 结 论

(1) 对剩余推力法进行了改造, 通过引入

Spencer 法条间力假设和严格极限平衡算法迭代, 可以克服原余推力法中条间力假设单一, 只考虑力平衡的缺点, 实现了同时满足力和力矩平衡方程的严格边坡稳定性分析条分法, 具有较高的精度。

(2) 将剩余推力法与蚁群算法相结合, 通过搜索最终条块剩余推力最大来搜索临界滑动面, 较临界滑动场方法, 减少了计算量。

(3) 通过对两个算例的数据分析发现, 本文方法迭代收敛速度较快, 基本 3 次迭代即可收敛, 且与用 Spencer 法直接找安全系数最小值得到的滑动面和 Slide 商业软件搜得的滑动面非常接近, 说明本文的研究思路是正确的。

参 考 文 献

- [1] 中华人民共和国建设部. GB50331—2002 建筑边坡工程技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [2] 李亮, 于广明, 褚雪松. 边坡临界滑动场方法的优化算法实现[J]. 岩土工程学报, 2010, 3(6): 827—831.
LI Liang, YU Guang-ming, CHU Xue-song. Simulation of critical slip field method of slopes based on optimization algorithm[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 3(6): 827—831.
- [3] 薛新华, 张我华, 刘红军. 基于遗传算法和模糊神经网络的边坡稳定性评价[J]. 岩土力学, 2007, 28(12): 2643—2648.
XUE Xin-hua, ZHANG Wo-hua, LIU Hong-jun. Evaluation of slope stability based on genetic algorithm and fuzzy neural network[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(12): 2643—2648.
- [4] GOH A T C. Genetic algorithm search for critical slip surface in multiple-wedge stability analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36(2): 382—391.
- [5] 陈昌富, 龚晓南, 王贻荪. 自适应蚁群算法及其在边坡工程中的应用[J]. 浙江大学学报, 2003, 37(5): 566—569.
CHEN Chang-fu, GONG Xiao-nan, WANG Yi-sun. Adaptive colony algorithm and its application to the slope engineering[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2003, 37(5): 566—569.
- [6] 高玮, 张飞君. 相遇蚁群算法在边坡非圆弧形滑动面搜索中的应用研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(增刊 1): 391—398.
GAO Wei, ZHANG Fei-jun. Study of applications of meeting ant colony algorithm to search non-circular critical slip surface of slope[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(Suppl.1): 391—398.
- [7] 高玮, 郑颖人. 蚁群算法及其在洞群施工优化中的应

- 用[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4): 471—474.
- GAO Wei, ZHENG Ying-ren. Ant colony algorithm and its application into optimization of construction order for underground house groups[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(4): 471—474.
- [8] 陈云敏, 魏新江, 李育超. 边坡非圆弧临界滑动面的粒子群优化算法[J]. 岩石力学与工程报, 2006, 25(7): 1443—1449.
- CHEN Yun-min, WEI Xin-jiang, LI Yu-chao. Locating non-circular critical slip surfaces by particle swarm optimization algorithm[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(7): 1443—1449.
- [9] BAKER R. Determination of the critical slip surface in slope stability computation[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1980, 4(4): 333—359.
- [10] PHAM H T V, FREDLUND D G. The application of dynamic programming to slope stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2003, 40: 830—847.
- [11] NGUYEN V U. Determination of critical slope failure surfaces[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, ASCE**, 1985, 111(2): 283—250.
- [12] ZHU D Y. A method for locating critical slip surfaces in slope stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38: 328—337.
- [13] 王建锋, Wilson H. Tang, 崔政权. 边坡稳定性分析中的剩余推力法[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2001, 12(3): 70—78.
- WANG Jian-feng, WILSON H Tang, CUI Zheng-quan. Slope stability analysis using residual thrust method[J]. **The Chinese Journal of Geological Hazard and Control**, 2001, 12(3): 70—78.
- [14] 李亮, 迟世春, 林皋. 基于蚁群算法的复合形法及其在边坡稳定分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(5): 691—696.
- LI Liang, CHI Shi-chun, LIN Gao. The complex method based on ant colony algorithm and its application to the slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(5): 691—696.
- [15] 高玮, 张鲁渝, 张飞君. 边坡临界滑动面搜索的奖惩蚁群算法研究[J]. 水利学报, 2012, 43(2): 209—215.
- GAO Wei, ZHANG Lu-fei, ZHANG Fei-jun. Critical slip surface searching for slope based on premium-penalty ant colony optimization[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2012, 43(2): 209—215.
- [16] 石露, 李小春, 任伟, 等. 蚁群算法与遗传算法融合及其在边坡临界滑动面搜索中的应用[J]. 岩土力学, 2009, 30(11): 3486—3492.
- SHI Lu, LI Xiao-chun, REN Wei, et al. Hybrid of ant colony algorithm and genetic algorithm and its application to searching critical slope slip surface[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(11): 3486—3492.
- [17] 陈昌富, 龚晓南. 混沌扰动启发式蚁群算法及其在边坡非圆弧临界滑动面搜索中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(20): 3450—3453.
- CHEN Chang-fu, GONG Xiao-nan. Heuristic ant colony algorithm involving chaos operator and its application to search for critical slip surface of slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(20): 3450—3453.
- [18] 李士勇, 陈永强, 李妍. 蚁群算法及其应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004.
- [19] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理、方法、程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.

上接第 2893 页

- [7] 许雅琴, 张可霓, 王洋. 基于数值模拟探讨提高咸水层二氧化碳封存注入率的途径[J]. 岩土力学, 2012, 33(12): 3825—3832.
- XU Ya-qin, ZHANG Ke-ni, WANG Yang. Numerical investigation for enhancing injectivity of CO₂ storage in saline aquifers[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(12): 3825—3832.
- [8] SASAKI K, FUJII T, NIIBORI Y, et al. Numerical simulation of supercritical CO₂ injection into subsurface rock masses[J]. **Energy Conversion and Management**, 2008, 49(1): 54—61.
- [9] 胡大伟, 周辉, 潘鹏志, 等. 砂岩三轴循环加卸载条件下的渗透率研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(9): 2749—2754.
- HU Da-wei, ZHOU Hui, PAN Peng-zhi, et al. Study of permeability of sandstone in triaxial cyclic stress tests[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(9): 2749—2754.
- [10] HU D W, ZHOU H, ZHANG F, et al. Evolution of poroelastic properties and permeability in damaged sandstone[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2010, 47(6): 962—973.
- [11] VÍCTOR V, JESÚS C, SEBASTIÀ O. Hydromechanical characterization of CO₂ injection sites[J]. **International Journal of Greenhouse Gas Control**, in press.